

V tabulce 2 jsou uvedeny hvězdné velikosti, velké poloosy a doby oběhu pro několik vybraných vizuálních dvojhvězd. Pro srovnání je uvedena i trigonometrická paralaxa. Dynamickou paralaxu vypočítejte alespoň pro jednu z uvedených dvojhvězd.

Tabulka 2.

Dvojhvězda	m_1 (mag)	m_2 (mag)	a''	P (roky)	Dynamická paralaxa	Trigonometrická paralaxa
70 Oph	4,2	6,0	4,55"	88,13	0,190"	0,193"
α Cen	0,0	1,2	17,52"	79,92	0,773"	0,754"
γ Vir	3,5	3,5	3,75"	171,37	0,087"	0,094"
ξ Boo	4,7	7,0	4,90"	151,51		0,145"

Celý postup výpočtu dynamické paralaxy lze pochopitelně naprogramovat a řešit pomocí kalkulátoru nebo osobního mikropočítače. Sestavíte-li si výpočetní program, uveďte v příloze jeho výpis a způsob používání.

Diskuse výsledků:

Vypočítané údaje jsou nejspíše především díky nepřesnosti výpočtu, např. u hvězdy 70 Oph by bylo třeba ukončit výpočet již při $\epsilon = 0,01''$. U hvězdy α Cen nemelo cenu výpočty opakovat, protože údaje by byly při přesnosti na desítkách procent.

Úlohu připravil RNDr. Zdeněk Pokorný, CSc. Pro vnitřní potřebu vydala Hvězdárna a planetárium Mikuláše Koperníka v Brně. K tisku připraveno v červenci 1988.



ASTRONOMICKÉ PRAKTIKUM

2.4

Dynamická paralaxa hvězd

Známe-li u vizuální dvojhvězdy dobu oběhu P složek kolem středu hmotnosti a je-li dostatečně přesně změřena velká poloosa a dráhy, můžeme zjistit dynamickou paralaxu (tedy vzdálenost) dvojhvězdy i hmotnosti obou složek. K tomu využijeme empiricky stanovené závislosti mezi hmotností a zářivým výkonem hvězd. V současné době známe dynamické paralaxy jen asi 700 systémů; přesto však jde o velmi cenná data, neboť vzdálenosti (i hmotnosti) hvězd se s dostatečnou přesností zjišťují velmi obtížně.

Odvoďme si potřebné vztahy. Jestliže a je délka velké poloosy trajektorie složky B kolem složky A, μ_1 , μ_2 hmotnosti složek, pak třetí Keplerův zákon bude mít tvar

$$(1) \quad a^3/P^2 = \mu_1 + \mu_2.$$

V tomto případě jsou hmotnosti složek vyjádřeny v hmotnostech Slunce, velká poloosa v astronomických jednotkách a doba oběhu v rocích. Pro lineární velikost velké poloosy a platí

$$(2) \quad a = a'' \quad r = a''/\pi,$$

kde a'' je velká poloosa vyjádřená v úhlových vteřinách, r vzdálenost v parsecích, π je paralaxa. Po dosazení (2) do (1) dostáváme pro tzv. dynamickou paralaxu vztah

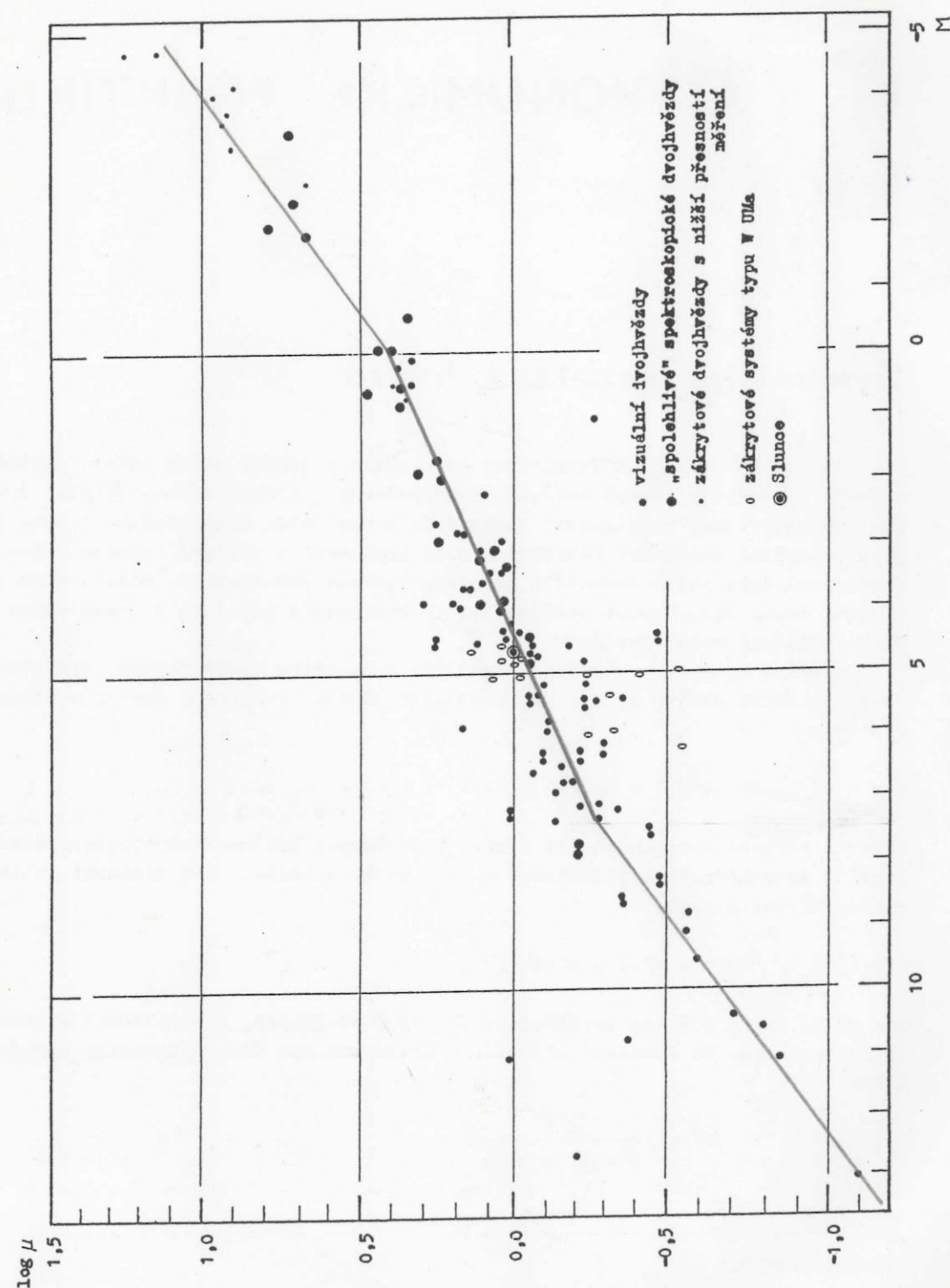
$$(3) \quad \pi^3 = \frac{a''^3}{P^2(\mu_1 + \mu_2)}.$$

Pracovní postup:

① U dvojhvězdy známe a'' a P . Za předpokladu, že $\mu_1 = \mu_2 = 1$ (v hmotnostech Slunce), vypočítejte ze vztahu (3) předběžnou hodnotu paralaxy π .

0,18235

(→ strana 3)



Obr. 1. Závislost hmotnost - zářivý výkon

② Nyní pro každou složku zvlášť vypočítejte absolutní hvězdné velikosti M_1 (M_2); pozorované hvězdné velikosti m_1 (m_2) obou složek ovšemže známe. Platí:

$$(4) \quad M_k = m_k + 5 + 5 \log \pi, \quad k = 1, 2.$$

③ Závislost hmotnost - zářivý výkon $M = f(\mu)$ umožní stanovit (pro každou složku zvlášť) odhady hmotností μ_1 (μ_2). Tato závislost je v grafické formě vyjádřena na obr. 1 (podle D. L. Harrise, K. A. Stranda a C. E. Worleye: Basic astronomical data. Chicago and London 1963, 273). Spolehlivě platí jen pro hvězdy hlavní posloupnosti.

Hmotnosti složek můžete zjistit buďto přímo odečtením z obr. 1, nebo výpočtem: veličiny $\log \mu$ a M jsou lineárně závislé

$$(5) \quad \log \mu = p M + q,$$

kde konstanty p , q nabývají hodnot:

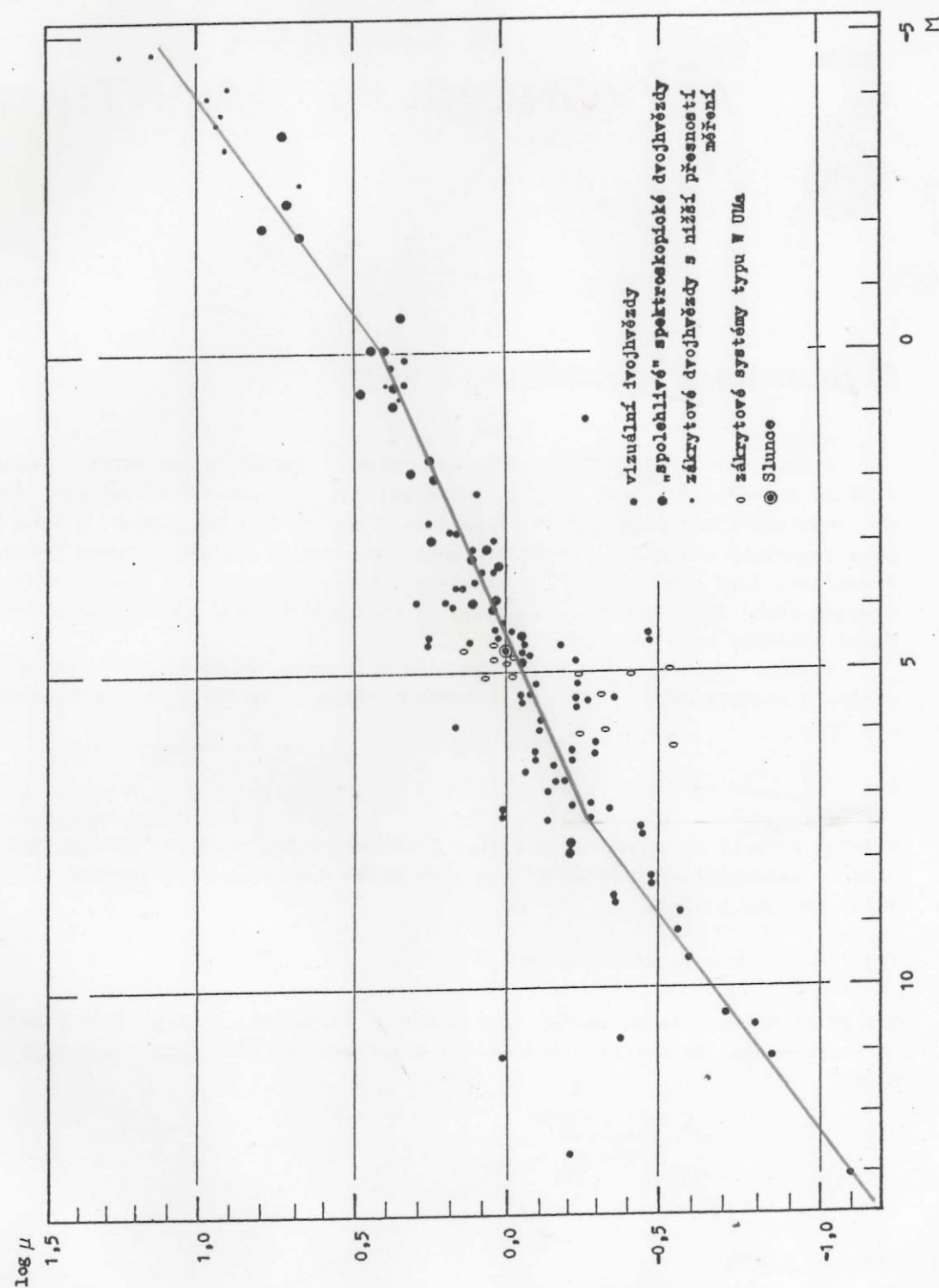
rozsah M	p	q
$M < 0$	-0,12	0,46
$0 \leq M \leq 7,5$	-0,10	0,46
$7,5 < M \leq 11$	-0,14	0,75

M je absolutní bolometrická hvězdná velikost. Zakreslete do obr. 1 úsečky vyjadřující závislost $\log \mu$ na M a uvažte, zda jsou vhodnou aproximací empiricky zjištěné závislosti.

④ Takto získané přesnější hodnoty $\mu_1 + \mu_2$ dosaďte do vztahu (3) a postup opakujte. Výpočet končí, jestliže se dvě po sobě následující hodnoty dynamické paralaxy od sebe liší jen velmi málo (řekněme o méně než 0,01"). Výsledky zapisujte do tabulky 1.

Tabulka 1. Výpočet dynamické paralaxy pro dvojhvězdu 2 Cen

Cyklus výpočtu	μ_1	μ_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1,0	1,0	0,749	4,374	5,574	0,023	-0,097
2	1,054	1,055	0,778	4,455	5,655	0,045	-0,106
3	1,035	0,983	0,774	4,444	5,644	0,016	-0,104
4	1,038	0,787	0,773	4,441	5,641	0,016	-0,104
5	—	—	—	—	—	—	—



Obr. 1. Závislost hmotnost - zářivý výkon

Výpočet dynamické paralaxy pro dvojhvězdu γ Vir

	M_1	M_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1,0	1,0	0,096	3,422	3,422	0,118	0,118
2	1,312	1,312	0,088	3,225	3,225	0,138	0,138
3	1,374	1,374	0,087	3,192	3,192		
4							
5							

Výpočet dynamické paralaxy pro dvojhvězdu γ Oph :

	M_1	M_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1,0	1,0	0,182	5,505	7,305	0,091	-0,271
2	1,233	0,536	0,190	5,593	7,393	-0,0993	-0,279
3	0,796	0,526	0,209	7,601	5,801	-0,1314	-0,120
4	0,485	0,758	0,213	5,849	7,649	-0,125	-0,321
5	0,750	0,478	0,215	5,858	7,658	-0,126	-0,322
6	0,748	0,476	0,215				

zjištěné závislosti.

④ Takto získané přesnější hodnoty $\mu_1 + \mu_2$ dosadíte do vztahu (3) a postup opakujete. Výpočet končí, jestliže se dvě po sobě následující hodnoty dynamické paralaxy od sebe liší jen velmi málo (řekněme o méně než 0,01"). Výsledky zapisujete do tabulky 1.

Tabulka 1. Výpočet dynamické paralaxy pro dvojhvězdu α Cen

Cyklus výpočtu	μ_1	μ_2	π	M_1	M_2	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1,0	1,0	0,749	4,374	5,574	0,023	-0,097
2	1,054	1,054	0,778	4,455	5,655	0,015	-0,106
3	1,035	0,983	0,774	4,444	5,644	0,016	-0,104
4	1,038	0,787	0,773	4,441	5,641	0,016	-0,104
5							